ȘCOALA GIMNAZIALĂ METROPOLITANĂ ARC
Strada Eșarfei Nr. 63 - 71, intrarea pe Aleea Tândală, sector 3, București;
tel.: 031 425 43 43 / 0722 522 198; e-mail : dc@scoala-arc.ro; www.scoala-arc.ro

Concursul de Matematică
MICUL GAUSS

- iunie 2026 -

Soluții și bareme

Problema 1.
Aflați valoarea numărului a din egalitatea: $\{120 - [10 \times (a-5) + 20] : 3\} \times 8 + 35 = 275$.

Soluție.

$\{120 - [10 \times (a-5) + 20] : 3\} \times 8 = 275 - 35$

$\{120 - [10 \times (a-5) + 20] : 3\} \times 8 = 240$

$\{120 - [10 \times (a-5) + 20] : 3\} = 240 : 8$

$120 - [10 \times (a-5) + 20] : 3 = 30$ .... **(1p)**

$[10 \times (a-5) + 20] : 3 = 120 - 30$ .... **(2p)**

$[10 \times (a-5) + 20] : 3 = 90$

$10 \times (a-5) + 20 = 90 \times 3$

$10 \times (a-5) + 20 = 270$ .... **(1p)**

$10 \times (a-5) = 270 - 20$

$10 \times (a-5) = 250$

$a - 5 = 250 : 10$

$a - 5 = 25$

$a = 25 + 5$, deci $a = 30$ .... **(1p)**

Problema 2.

Aflați cel mai mare număr de 3 cifre impare care dă restul 4 prin împărțire la 11.

Soluția 1.

Cele mai mari numere de 3 cifre scrise doar cu cifre impare sunt: 999, 997, 995, 993, 991, 979, 977, 975, 973, 971, 959, 957, 955, 953, 951, 939 etc. **(2p)**
Se efectuează împărțirile la 11 **(2p)** și observăm că primul număr care dă restul 4 este 939, deci acesta este cel mai mare număr cu această proprietate. **(1p)**

Soluția 2.

$999 = 11 \times 90 + 9$ și scăzând 5, cel mai mare număr de 3 cifre care dă restul 4 la împărțirea la 11 este 994 .... **(1p)**
Următoarele numere care dau restul 4 scad din 11 în 11 .... **(2p)**
Primul număr cu toate cifrele impare din șirul descrescător 994, 983, 972, 961, 950, 939, ... este numărul 939, deci acesta este cel mai mare număr care îndeplinește condițiile .... **(2p)**

Soluția 3.

Notăm cu $\overline{abc}$ un număr cu toate cifrele impare, care dă restul 4 prin împărțirea la 11. Se cere cel mai mare număr $\overline{abc}$, deci câtul este un număr de două cifre, pe care îl notăm $\overline{de}$ .....**(1p)**
Atunci $\overline{abc} = 11 \times \overline{de} + 4$.
Cum c este impar, 4 este par, iar $11 \times \overline{de}$ se termină cu e, obținem că cifra e este impară. **(1p)**
Se cere $\overline{abc}$ maxim, deci căutăm $\overline{de}$ maxim, cu e impar. .... **(1p)**
Se identifică valorile posibile pentru $\overline{de}$: 91, 89, 87, 85 etc. .... **(1p)**
Se analizează valorile și găsim că e posibil $\overline{de} = 85$, iar $\overline{abc} = 939$. .... **(1p)**

Problema 3.

Alina poate mânca o prăjitură în 12 minute, Bogdan poate mânca aceeași prăjitură în 6 minute, Cristi în 4 minute, iar Dana în 3 minute. În cât timp pot mânca cei patru copii împreună 5 prăjituri? (Este permis ca din aceeași prăjitură să mănânce mai mulți copii.)

Soluție.

Vedem cât poate mânca fiecare copil în 12 minute (se punctează orice alt timp comun găsit, care este potrivit pentru rezolvare, de exemplu 24 de minute) .... **(1p)**

Alina mănâncă o prăjitură în 12 minute
Bogdan mănâncă o prăjitură în 6 minute, deci în 12 minute mănâncă 2 prăjituri
Cristi mănâncă o prăjitură în 4 minute, deci în 12 minute mănâncă 3 prăjituri
Dana mănâncă o prăjitură în 3 minute, deci în 12 minute mănâncă 4 prăjituri .... **(2p)**

Împreună, cei 4 copii mănâncă în 12 minute: $1 + 2 + 3 + 4 = 10$ prăjituri .... **(1p)**
Cinci prăjituri reprezintă jumătate din 10 prăjituri, deci timpul necesar este de două ori mai mic.

Prin urmare, cei 4 copii mănâncă împreună 5 prăjituri în $12 : 2 = 6$ minute. .... **(1p)**

4. Gabriel a plecat în drumeție cu viteza de 50 de pași pe minut. După 4 minute, pleacă în drumeție și Mihai, pe același traseu. Știind că Gabriel face 9 pași în timp ce Mihai face 8 pași, iar distanța parcursă de Gabriel în 7 pași este egală cu distanța parcursă de Mihai în 6 pași, aflați după cât timp îl ajunge Mihai pe Gabriel.

Soluție.

Cu 50 de pași pe minut, timp de 4 minute, Gabriel are un avans de $50 \times 4 = 200$ de pași **(1p)**
Ca timp, 9 pași Gabriel = 8 pași Mihai
Ca distanță, 7 pași Gabriel = 6 pași Mihai

Mărim de 3 ori prima egalitate și de 4 ori pe a doua. Obținem:

Ca timp, 27 pași Gabriel = 24 pași Mihai
Ca distanță, 28 pași Gabriel = 24 pași Mihai .... **(1p)**

În timp ce Gabriel face 27 de pași, Mihai face 24 de pași, iar acești 24 de pași de-ai lui Mihai acoperă o distanță egală cu 28 de pași de-ai lui Gabriel. Însă Gabriel a făcut doar 27 de pași în acest timp, deci Mihai a recuperat o distanță egală cu 1 pas de-al lui Gabriel. .... **(1p)**

Avansul lui Gabriel este de 200 de pași, deci Mihai trebuie să repete recuperarea câte unui pas de 200 de ori.

Recuperarea unui pas se face la fiecare 27 de pași de-ai lui Gabriel, deci Gabriel mai face $27 \times 200 = 5400$ de pași până este ajuns. .... **(1p)**

Cu viteza de 50 de pași pe minut, pentru a parcurge 5400 de pași, Gabriel are nevoie de $5400 : 50 = 108$ minute. Prin urmare, Mihai îl ajunge pe Gabriel la 108 minute după ce începe să meargă. .... **(1p)**

Observație. Nu sunt depunctați elevii care răspund că Mihai îl ajunge pe Gabriel la $108+4 = 112$ minute după ce a început drumeția Gabriel.

5. Completați tabelul de mai jos astfel încât fiecare număr natural de la 1 la 16 să apară scris o singură dată, iar suma numerelor de pe fiecare linie și suma numerelor de pe fiecare coloană să fie aceeași.

15	☐	6	☐
☐	4	☐	9
☐	13	12	☐
2	☐	☐	7

Soluție.

Suma tuturor numerelor din tabel este egală cu $1 + 2 + 3 + ... + 16 = 136$. .... **(1p)**

Notăm cu S suma numerelor unei linii. Adunând toate numerele din cele 4 linii, se obține suma tuturor numerelor din tabel, adică linia 1 + linia 2 + linia 3 + linia 4 = suma tuturor numerelor, deci $S + S + S + S = 136$. Prin urmare, suma numerelor fiecărei linii sau coloane este $136 : 4 = 34$. .... **(1p)**

Calculăm suma numerelor care lipsesc pentru fiecare linie și pentru fiecare coloană și observăm că pe a treia linie, unde $13+12=25$, cele 2 pătrățele goale au suma $34-25=9$ .... **(1p)**

Cum $9 = 1+8 = 2+7 = 3+6 = 4+5$, iar 2, 4 și 6 sunt deja scrise în tabel, înseamnă că linia a treia va fi completată cu numerele 1 și 8 .... **(1p)**

Numărul 8 nu se poate pune pe prima coloană deoarece, pentru a obține 34 pe acea coloană, ar însemna să mai scriem și numărul 9, care e deja folosit în tabel. Prin urmare, scriem 1 pe prima coloană și 8 în ultima, apoi restul tabelului se completează aflând succesiv numerele lipsă, astfel încât sumele liniilor și coloanelor să fie 34. .... **(1p)**

15	3	6	10
16	4	5	9
1	13	12	8
2	14	11	7

Observație. Pentru completarea corectă a tabelului, fără alte justificări, se acordă punctajul maxim.

6. Pe tablă sunt scrise toate numerele naturale de la 1 la 2026. Ștergem toate numerele care au cifra unităților egală cu 6, apoi ștergem toate numerele care au cifra zecilor egală cu 1. Câte numere rămân scrise pe tablă?

Soluție.

Numerele care au cifra 6 la unități sunt: 6, 16, 26, 36, ... , 2026. Scriem $6 = 10 \times 1 - 4$, $16 = 10 \times 2 - 4$, ... , $2026 = 10 \times 203 - 4$, deci în total sunt 203 numere .... **(1p)**

Numerele care au cifra zecilor egală cu 1 sunt:
10, 11, ... , 19, 110, 111, ... , 119, 210, ... , 219, ... , 2010, ... , 2019.
Aici sunt 21 de grupe a câte 10 numere consecutive, deci sunt $21 \times 10 = 210$ numere. .... **(1p)**

Numerele comune ambelor șiruri, care au 6 la unități și 1 la zeci, sunt:
16, 116, 216, 316, ... , 2016. Scriem $16 = 100 \times 0 + 16$, $116 = 100 \times 1 + 16$, $216 = 100 \times 2 + 16$, ... , $2016 = 100 \times 20 + 16$, deci sunt 21 de numere comune, care nu pot fi șterse de două ori. .... **(1p)**

Atunci, sunt șterse 203 + 210 - 21 = 392 numere .... **(1p)**

Pe tablă rămân scrise 2026 - 392 = 1634 numere. .... **(1p)**

Observație. Putem număra termenii șirului 6, 16, 26, ... , 2026 ștergând cifra unităților din fiecare termen, obținând astfel un șir cu același număr de termeni, noul șir fiind: 0, 1, 2, 3, ... , 202, unde se vede mai ușor că sunt 203 termeni.